GRUPPO 3 Data: 15 aprile 2015

Relazione sugli esperimenti di matematica Classe: 2 BM

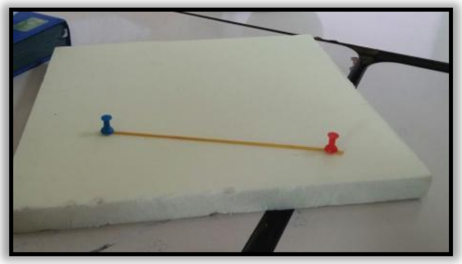
TITOLO DELL'ESPERIENZA: **I PERCORSI PIÙ BREVI SULLA SUPERFICIE PIANA**

OBIETTIVO: Dimostrare che comunque presi due punti P e Q su una retta r, il segmento PQ di r è il percorso più breve da P a Q tra tutti i percorsi possibili.

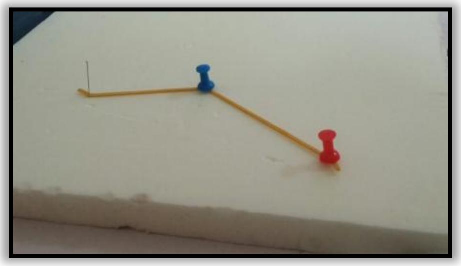
STRUMENTI E MATERIALI:

- Elastico
- Lastra di polistirolo
- Spilli

METODOLOGIA: Per prima cosa abbiamo messo in tensione un elastico con due spilli (punti A e B) su una lastra di polistirolo e notato che questo si disponeva lungo un percorso rettilineo. L'elastico formava quindi un segmento di retta, che risultava essere il percorso minimo tra i due spilli.



Abbiamo infatti spostato l'elastico lungo il piano fissandolo momentaneamente il un altro punto C e lasciandolo andare abbiamo osservato che questo riassumeva lo stato di minima tensione, ossia la posizione iniziale.



OSSERVAZIONI E CONCLUSIONI:

Il fatto che il segmento di retta che unisce due punti A e B sia il percorso più breve che li unisce tra tutti i percorsi possibili è facilmente dimostrabile anche per via geometrica. Infatti per il teorema che afferma che la somma di due lati di un triangolo è sempre maggiore del terzo lato, si può dire la somma dei segmenti AC e CB è sempre maggiore del segmento AB, che rappresenta quindi la distanza minima tra A e B.

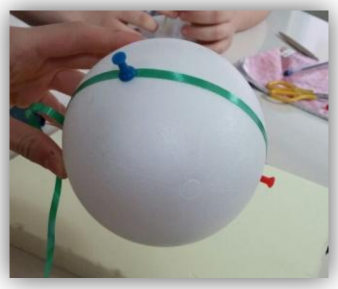
TITOLO DELL'ESPERIENZA: **I PERCORSI PIÙ BREVI SULLA SUPERFICIE SFERICA**

OBIETTIVO: Dimostrare che comunque presi due punti non antipodali P e Q su una circonferenza massima γ, l'arco minore PQ di γ è il percorso più breve da P a Q tra tutti quelli possibili sulla superficie della sfera.

STRUMENTI E MATERIALI:

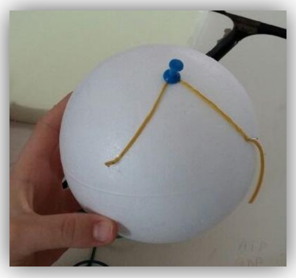
- Nastro per pacchi natalizi
- Sfera di polistirolo
- Elastico
- Spilli

METODOLOGIA:



Abbiamo iniziato ritagliando una striscia di nastro per pacchi natalizi e applicandola alla superficie della sfera. Abbiamo quindi osservato che questa si disponeva su archi di circonferenza massima, detti archi geodetici, e abbiamo verificato l'impossibilità del far aderire la strisciolina lungo circonferenze minori, ossia archi non geodetici (foto a destra).

Abbiamo poi messo in leggera tensione un elastico sulla superficie della sfera, fissandolo con degli spilli in due punti non antipodali (A e B), e abbiamo notato che anch'esso si disponeva lungo un arco di circonferenza massima. Abbiamo quindi spostato l'elastico lungo la superficie senza toccare i punti A e B e, una volta lasciato andare, questo si ridisponeva sulla circonferenza massima, riassumendo lo stato iniziale di minima tensione.



Da questo ne segue che l'arco minore AB di circonferenza massima è il percorso più breve, sulla superficie sferica, tra i punti A e B.

OSSERVAZIONI E CONCLUSIONI:

Un caso particolare si ha se i punti A e B sono antipodali. La loro distanza coinciderebbe infetti con la lunghezza di una semicirconferenza massima e, essendo queste infinite, si avrebbero quindi infiniti percorsi minimi. I punti antipodali sono inoltre sulla superficie sferica i punti più lontani possibile.

TITOLO DELL'ESPERIENZA: **DALLA RETTA ALL'ELICA**

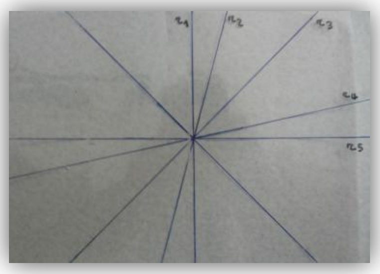
OBIETTIVO: Dimostrare che le geodetiche tracciate su un foglio si trasformano in geodetiche sul cilindro che si forma arrotolandolo.

STRUMENTI E MATERIALI:

- Foglio trasparente (lucido)
- Pennarello o correttore a nastro

METODOLOGIA:

Su un foglio trasparente abbiamo tracciato alcune rette: una verticale (r1), una orizzontale (r5), una che fa da bisettrice dell'angolo formato da r1 e r5 (r3) ed ha quindi coefficiente angolare uguale a 1, una con coefficiente angolare maggiore di uno (r2) e una con coefficiente angolare minore di 1 (r4).



Abbiamo quindi arrotolato il lucido in direzione orizzontale ottenendo così un cilindro. Abbiamo subito notato che le rette tracciate sulla superficie piana si erano trasformate in eliche sulla superficie cilindrica e in particolare r1 corrispondeva all'asse di rotazione del cilindro e r5 alla sua circonferenza.

OSSERVAZIONI E CONCLUSIONI:

La distanza di due punti presi su una retta tracciata sul foglio rimane uguale quando la retta viene arrotolata sul cilindro (eccezion fatta per r5 che si avvolge su se stessa) e quindi le linee ottenute sul cilindro sono geodetiche.

Inoltre abbiamo scoperto che le rette che sulla superficie piana hanno un coefficiente angolare maggiore, sul cilindro si trasformano in eliche col passo maggiore (distanza costante tra due "spire" successive). In particolare la retta verticale ha passo infinito mentre quella orizzontale ha passo zero.

Nel fare quest'esperimento abbiamo tracciato una retta in più sul lucido per errore, che era bisettrice del secondo e terzo quadrante, che però ci ha fatto vedere come due rette dal coefficiente angolare col segno opposto appaiano sul cilindro come due eliche dallo stesso passo ma avvolte in direzione opposta. In particolare un'elica è detta destrorsa o sinistrorsa a seconda del verso con si avvolge e rette aventi sul piano coefficiente angolare opposto, formeranno eliche tra loro simmetriche rispetto a un piano (chiralità dell'elica).

TITOLO DELL'ESPERIENZA: **I PERCORSI PIÙ BREVI SULLA SUPERFICIE CILINDRICA**

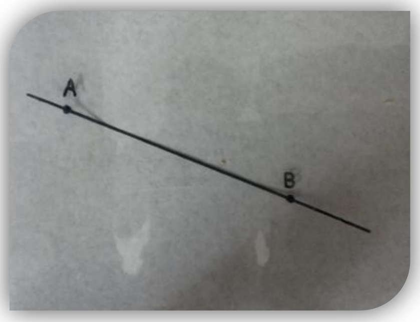
OBIETTIVO: Trovare le relazioni percorsi i più brevi sulla superficie piana e quelli sulla superficie cilindrica.

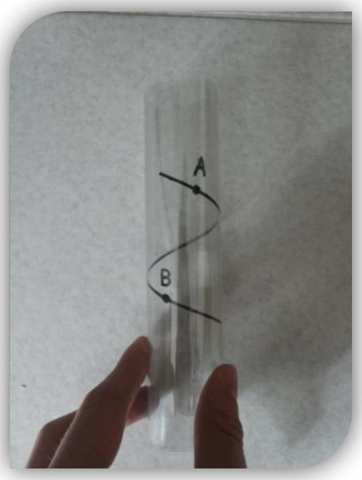
STRUMENTI E MATERIALI:

- Foglio trasparente (lucido)
- Pennarello o correttore a nastro
- Tubo di cartone
- Elastico
- Spilli

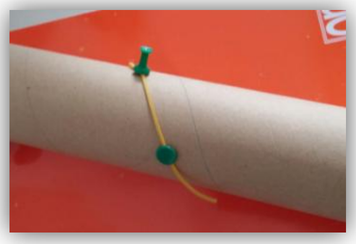
METODOLOGIA:

1. Come prima cosa abbiamo verificato che segnando due punti su una retta, la loro distanza (intrinseca) non variava se si passava dalla superficie piana a quella cilindrica.





2. Abbiamo poi messo in leggera tensione un elastico fissandolo con due spilli su un cilindro di cartone. Lo abbiamo spostato sulla superficie e lasciato andare e questo riprendeva la sua posizione iniziale e abbiamo quindi capito che il percorso minimo tra due punti su un cilindro corrisponde a un pezzo di elica circolare.



OSSERVAZIONI E CONCLUSIONI:

In questo esperimento abbiamo osservato che la <u>distanza minima tra due punti del piano (segmento) si mantiene sulla superficie cilindrica</u>, dove assume la lunghezza di un tratto di elica circolare. Le geodetiche della superficie cilindrica sono quindi <u>eliche circolari</u>.

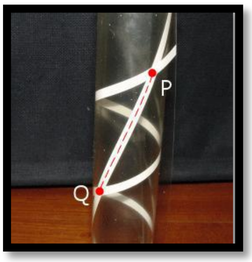
TITOLO DELL'ESPERIENZA: **CONFRONTO TRA GEODETICHE PER DUE PUNTI**

OBIETTIVO: Capire qual è la distanza minima tra due punti sulla superficie cilindrica.

STRUMENTI E MATERIALI:

- Foglio trasparente (lucido)
- Pennarello o correttore a nastro

METODOLOGIA:



Una volta tracciate sul lucido due rette di diversa inclinazione, lo abbiamo arrotolato e abbiamo segnato i due punti in cui si incontravano i due archi di linee geodetiche. Il percorso più breve tra i due punti è l'arco sulla prima geodetica, infatti solo su esso i punti distano di un <u>arco considerabile non troppo lungo</u>.

OSSERVAZIONI E CONCLUSIONI:

Osservando il lucido si può facilmente notare che per due punti del cilindro passano infinite geodetiche (*), con passo sempre minore, e la prima geodetica tracciata (col passo minore di tutte le altre) è l'unica in cui l'arco tra i due punti si può considerare non troppo lungo. Ci si accorge inoltre che il percorso minimo tra due punti è sempre un arco geodetico mentre non è in generale vero che, viceversa, un arco geodetico che li congiunga sia il percorso minimo tra loro.

Inoltre si può notare che due rette aventi un solo punto di intersezione sulla superficie piana, ne avranno infinite se prolungate sulla superficie cilindrica.

* Per dimostrarlo è stato fatto precedentemente un esperimento in cui sono state fatte passare per due punti di un cilindro di cartone più linee geodetiche. A differenza della sfera in cui per due punti non antipodali passa una sola geodetica (circonferenza massima), nel cilindro ne passano quindi infinite.

EQUAZIONI PARAMETRICHE DELLE RETTE r2, r3 e r4 DELL'ESPERIMENTO "DALLA RETTA ALL'ELICA"

$d = 4cm \longrightarrow r = 2cm$

1. r_2: $passo = 109cm \longrightarrow h = \dfrac{passo}{2\pi} = \dfrac{109cm}{2\pi} = 17{,}36cm = 17{,}4cm$

   Equazione elica circolare:

   $$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2sent \\ z = 17{,}4t \end{cases}$$

2. r_3: $passo = 12{,}5cm \longrightarrow h = \dfrac{passo}{2\pi} = \dfrac{12{,}5cm}{2\pi} = 1{,}99cm = 2{,}0cm$

   Equazione elica circolare:

   $$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2sent \\ z = 2{,}0t \end{cases}$$

3. r_4: $passo = 2{,}8cm \longrightarrow h = \dfrac{passo}{2\pi} = \dfrac{2{,}8cm}{2\pi} = 0{,}45cm$

   Equazione elica circolare:

   $$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2sent \\ z = 0{,}45t \end{cases}$$

GRUPPO 3: …………………..