

Il curriculum di matematica per la classe seconda

Il secondo grado e le funzioni
Mettere in gioco la probabilità!



L. Cappello, S. Innocenti

9 ottobre 2017

Il secondo grado - le idee

Uno sguardo alle radici: aspetti di calcolo

- Un'occasione per **riprendere** il calcolo algebrico
- Può bastare:

- *radici quadrate; cubiche (?)*

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$ $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

no "portar fuori"

da
controesempi

- **Disporre** della **definizione** di radice

Data la formula $M = C(1 + i)^{12}$, esprimi la variabile i in funzione delle altre.

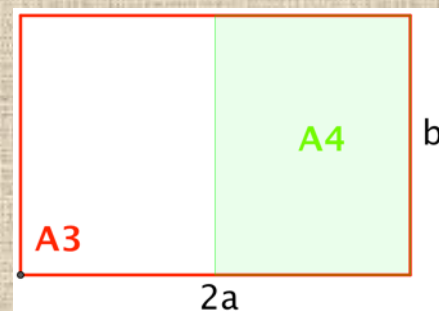


Il secondo grado - le idee

Oltre il calcolo

- Dal foglio A4 a $\sqrt{2}$

$$\frac{2a}{b} = \frac{b}{a} \longrightarrow \frac{b}{a} = \sqrt{2}$$



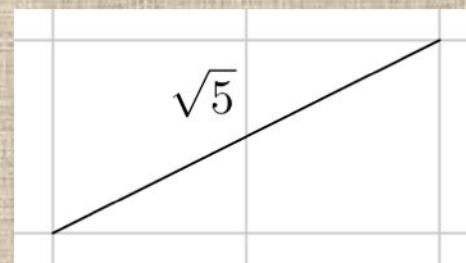
l'attività Matabel

- ...ma $\sqrt{2}$ non è razionale
una dimostrazione significativa

- stime di radici
e rappresentazioni decimali

pag. 93 Sasso

- una rappresentazione efficace



"La favolosa storia della radice di due" (B. Rittaud)

Il secondo grado - le idee

Le equazioni di secondo grado

- Abbiamo già risolto **alcune** equazioni:

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

- Il caso **generale**:

dal **completamento del quadrato**
alla formula generale

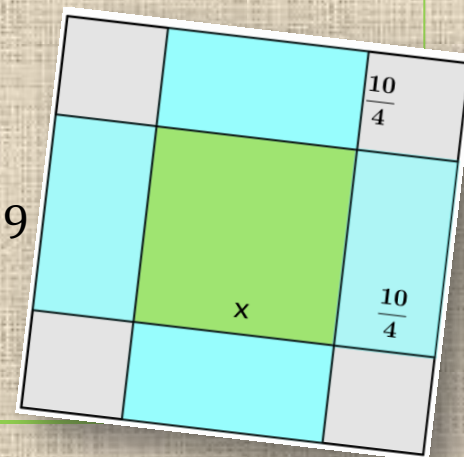
$$x^2 + 10x = 39$$

$$(x + 5)^2 = 64$$

un'interpretazione dalla storia _

$$x^2 + 10x = 39$$


analogo a pag.
287 Sasso



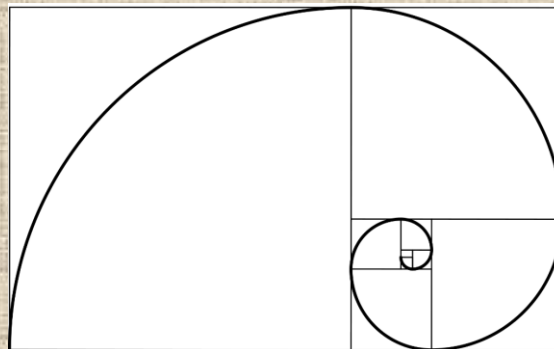
Il secondo grado - le idee

Modellizzare

- Il semiperimetro di un rettangolo misura 1. Determina la lunghezza della base in modo che il rapporto tra il semiperimetro e la base sia uguale al rapporto tra la base e l'altezza.


$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$\dots x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ sezione aurea}$$



- Dalla fisica: il moto **uniformemente accelerato** _

Il secondo grado - le idee

Le funzioni polinomiali di secondo grado

Esame del grafico di $f(x) = ax^2 + bx + c$

da punti **notevoli**: zeri, punto di minimo (massimo), $f(0)$
nomi ... in prestito (parabola, vertice)

significato geometrico dei parametri _



Interpretazione di equazioni, modellizzazione

Due palline sono lanciate verticalmente nel vuoto con velocità iniziale v_0 , verso l'alto, dallo stesso punto, una dopo un intervallo di tempo t_1 dall'altra. Dopo quanto tempo si incontrano?

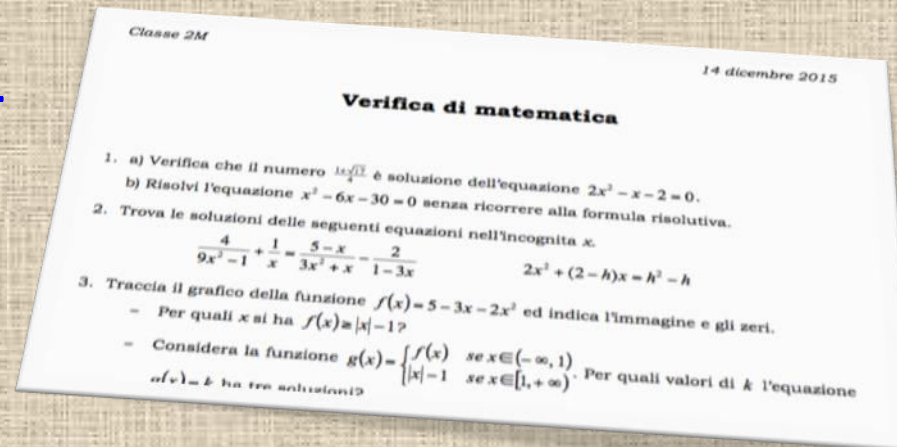


visualizziamo la situazione _

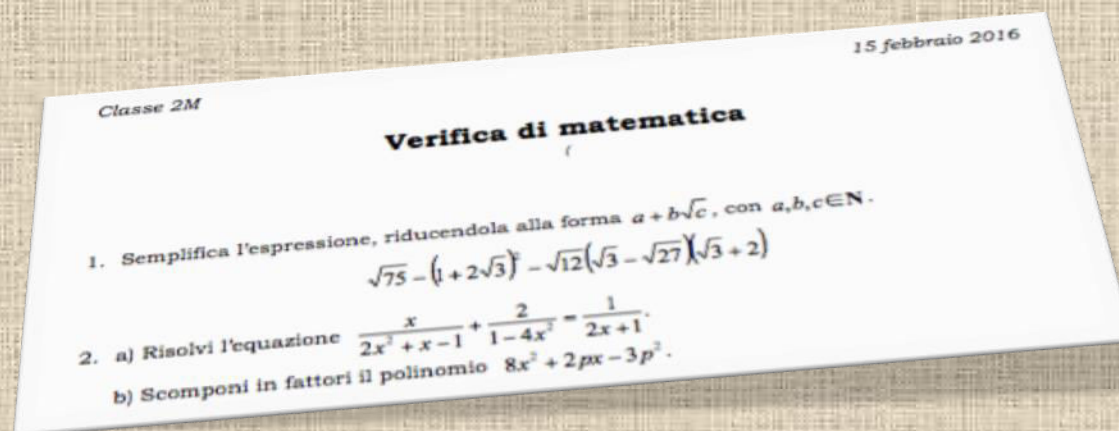
Attività analoga:
pag. 469 Sasso (ggb)

Il secondo grado – la verifica

- La 3^a prova _



- La 4^a prova: i quesiti sul secondo grado _



Il secondo grado – dal libro di testo

L. Sasso,
Matematica a colori
Algebra 2 - Petrini

Semplici espressioni con le radici
da pag. 74 n. 495, 525, 652

Equazioni letterali
pag. n. 315, 319, 320

Modellizzazione con equazioni
da pag. 318 n. 623, 627, 647, 653, 669

Quesiti significativi da prove Invalsi (classe seconda)
a.s. 2014/15 n. 11
a.s. 2015/16 n. 20, 24



La probabilità – le idee

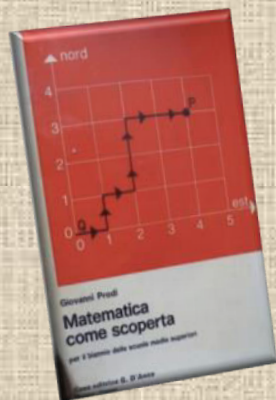


1 oggi non è possibile leggere e *interpretare criticamente la realtà* [...], prescindendo da considerazioni probabilistiche e statistiche

2 poiché la scuola [...] è chiamata ad educare a pensare, non può esimersi dal rendere familiare all'allievo un tipo di *mentalità* che ha *caratteristiche peculiari*, diverse da [...] altre parti della matematica.

[...] chiamano in causa concetti e strumenti di notevole rilevanza per la formazione matematica, offrono una attività di matematizzazione ricca e variata, consentono un serio lavoro di respiro interdisciplinare

G. Prodi



- V. Villani e altri, *Non solo calcoli*, Springer
- C. Rossi, *La matematica dell'incertezza*, Zanichelli
- P. Baldi, *Introduzione alla probabilità*, Mc Graw-Hill

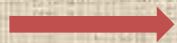
→ Un percorso: **F. Mazzini**, Dicomat Lab, vari docenti

La probabilità – motivazioni



- Il gioco d'azzardo

Gli studenti simulano alcuni giochi e registrano gli esiti.



Se gioco “a lungo” alla roulette diventerò milionario?
E se inizio a perdere poi recupererò?

*... la questione ha rilevanza **sociale** _*

Da il **TRENTINO** 14 giugno 2014

Azzardo: ogni trentino investe 2131 euro

La probabilità - motivazioni

- test clinici

la prova dell'etilometro _

il test Elisa per l'HIV _

- numeri ritardatari

Al 9/10/17, il **76** non esce da 163 estrazioni sulla ruota di Cagliari;
il **20** è uscito su quella di Roma all'estrazione precedente.
All'estrazione successiva su quale tra i due numeri scommettereste?

Dal sito della **Lottomatica** _

*“La tradizione vuole che l'estrazione di certi numeri “preannunci” l'uscita di altri. La tabella indica, per ogni numero estratto (o “**numero spia**”), 5 numeri che avrebbero la maggior probabilità di uscire.”*

Bari	
27	4 39
	46
	53
	57



La probabilità - motivazioni

- dalla genetica



- dalla storia

una lettura _



La probabilità – i numeri del caso



Un problema guida

Lanciamo due dadi “onesti” che hanno le facce numerate da 1 a 6. Su quale punteggio (somma dei due numeri usciti) scommettete?

dado blu	6	7	8	9	10	11	12
	5	6	7	8	9	10	11
	4	5	6	7	8	9	10
	3	4	5	6	7	8	9
	2	3	4	5	6	7	8
	1	2	3	4	5	6	7
	"+"	1	2	3	4	5	6
		dado nero					

mettiamoci
le mani!



Oppure: lancio di 3 dadi
un riferimento (pag. 11) _

Quando si parte il gioco de la zara,
colui che perde si riman dolente,
repetendo le volte, e tristo impara

La probabilità – i numeri del caso

Altre situazioni: ... non solo calcoli!

“stime”

Il Gratta e Vinci miliardario

La probabilità di vincere 500.000 euro è
Quanto è “piccolo” questo numero?

$$\frac{27}{142.560.000}$$


un video per comprenderlo [—](#)

contare
elementi
di insieme



La probabilità – i numeri del caso



Il giudizio di probabilità

- Equiprobabilità?

➡ ... è una nostra **decisione!**



- Le informazioni

Da questo mazzo di 40 carte estraggo una carta.
Qual è la probabilità che sia un asso?

ma ho sostituito
gli assi!

➡ la *valutazione* di probabilità **dipende** dalle **informazioni** che ho

Insider trading: il decreto legislativo 24 febbraio 1998 e
la *definizione* di informazione privilegiata (art. 181)

La probabilità – facciamo il punto

Per Sasso pag. 568
*prima pagina
sulla probabilità*



La probabilità – facciamo il punto

...per noi

La **probabilità** di un evento è un **numero** compreso tra 0 e 1.

All'evento **certo** si attribuisce valore di probabilità 1.

All'evento **impossibile** si attribuisce valore di probabilità 0.

Un modo di valutare la probabilità (schema classico):

la **probabilità** di un evento è data da

$$\frac{c}{n}$$

dove

c è il numero dei casi in cui esso si verifica (*casi favorevoli*)

n è il numero dei casi che possono accadere (*casi possibili*).

Stiamo assumendo che tali casi siano tutti “**ugualmente possibili**” tra loro.

La probabilità – pensare in termini elementari

La probabilità dell'evento complementare

Lanciamo tre dadi “onesti” che hanno le facce numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che il punteggio sia *almeno* “5”?

poi la
dimostrazione



In classe utilizzereste: $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$?

piuttosto:

È vero che per ogni A, B vale $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$?

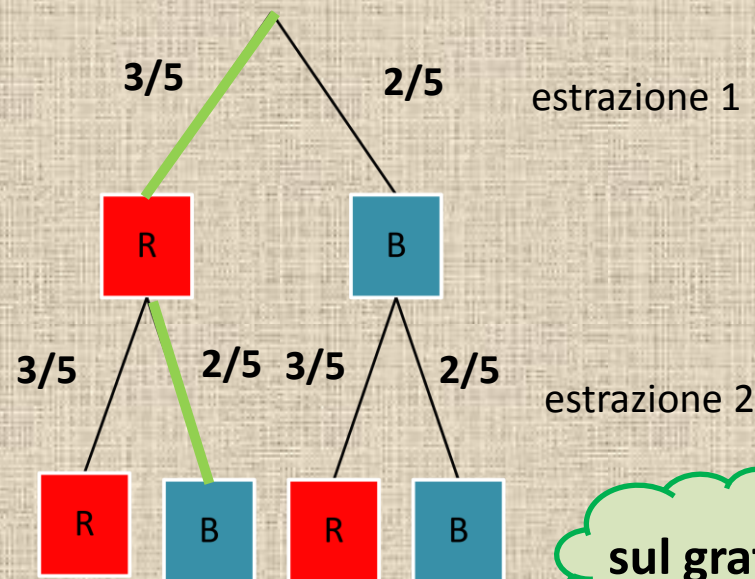
La probabilità – pensare in termini elementari

(Ri)scopriamo la legge della moltiplicazione

In un'urna ci sono 5 palline, diverse solo per il colore: **3** rosse e **2** blu. Si estrae in modo casuale una pallina alla volta e la si reinserisce nell'urna prima dell'estrazione successiva. Qual è la probabilità che la prima estratta sia **rossa** e la seconda sia **blu**?

estrazione 2	B2					
	B1					
	R3					
	R2					
	R1					
		R1	R2	R3	B1	B2
estrazione 1						

$$p(\text{"R e B"}) = 6/25$$



$$\longrightarrow p(\text{"R e B"}) = p(R) p(B)$$

La probabilità – pensare in termini elementari

Applicazione ai test clinici

Un quesito (*il video del DiCoMat Lab*) _

Compensazione e numeri ritardatari

L'esito dei primi 9 lanci di una moneta “onesta” è **T T T T T T T T T**.
Al decimo lancio è più probabile ottenere **C**?



Vale $p(TTTTTTTTTT) < \frac{1}{1000}$. Ma “9 teste” è **accaduto**; è certo.

Proviamo!



C'è compensazione? _

La probabilità – pensare in termini elementari

Il caso Sally Clark e la legge della moltiplicazione

- 1996. Muore il figlio di 11 settimane
- 1998. Muore il figlio di 8 settimane
- Per la **difesa**: SIDS



Per il **pediatra**:

$$p(\text{una morte per SIDS}) = \frac{1}{8543}$$

$$\rightarrow p(\text{due morti per SIDS}) = \frac{1}{8543} \cdot \frac{1}{8543} \approx \frac{1}{73.000.000}$$

Ma **non** sono **indipendenti!** E ...

- 2003. Assoluzione in appello.

La probabilità – pensare in termini elementari

Un punto di arrivo: il pb dei compleanni



Ad una festa partecipano 23 persone. Qual è la probabilità che almeno due tra esse compiano gli anni in uno stesso giorno?

- Prima alcuni **esperimenti**:

in classe

mondiale 2014: ogni squadra ha 23 giocatori

per 15 squadre su 32, compleanni nello stesso giorno



- $p(\text{stesso giorno}) = 1 - p(\text{giorni diversi})$

oppure: **contare...**

$$= 1 - p("1^a" \text{ e } "2^a" \neq 1^a \text{ e } "3^a" \neq 1^a, 2^a \text{ e } \dots)$$

$$= 1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \dots \cdot \frac{343}{365} = 0,507 \dots$$

La probabilità – pensare in termini elementari



- Le **ipotesi**: la distribuzione delle nascite secondo l'Istat _

n. persone	p (≥ 2 compleanni = giorno)
10	0,12
20	0,41
23	0,51
30	0,71
40	0,90
50	0,97
56	0,99

- Altri **valori**

- **Perché** la probabilità è “grande”?

Ti trovi ad una festa a cui partecipano 23 persone.

Qual è la probabilità che almeno una persona tra esse compia gli anni nel **tuo** stesso giorno?

$$p = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^{22} \approx 0,0586 \ll 50\%$$



22 **coppie**; prima $\frac{23 \cdot 22}{2}$

La probabilità – facciamo il punto

Due eventi si dicono **indipendenti** se la conoscenza del fatto che uno di essi si è verificato non modifica la probabilità dell'altro. Altrimenti si dicono **dipendenti**.

Modello: urna

Legge della moltiplicazione

Dati due eventi A, B, la probabilità dell'evento "A e B" è uguale al prodotto della probabilità dell'evento A per la probabilità di B valutata **nell'ipotesi che A si sia verificato**.

un'**unica** formulazione!

La probabilità – dal libro di testo

Schema classico

da pag. 597 n. 54, 67, 78

L. Sasso,
Matematica a colori
Algebra 2 - Petrini

Evento complementare o legge prodotto (o contare)

da pag. 605 n. 107, 148, 165, 177

Da prove Invalsi (classe seconda)

a.s. 14/15 n. 22, 25

a.s. 15/16 n. 29

a.s. 16/17 n. 17, 20

